

## Serie 4

1. Sei  $X$  eine Zufallsvariable mit folgender Verteilungsfunktion:

$$F_X(a) = \begin{cases} 0 & \text{falls } a < 0, \\ a^2/2 & \text{falls } 0 \leq a < 1, \\ 3/4 & \text{falls } 1 \leq a < 2, \\ (a+1)/4 & \text{falls } 2 \leq a < 3, \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- a) Zeichnen Sie diese Verteilungsfunktion.
- b) Bestimmen Sie  $P(\{X < 1/2\})$ ,  $P(\{X < 1\})$ ,  $P(\{X = 1\})$ ,  $P(\{X = 2\})$ ,  $P(\{1 < X \leq 2\})$ ,  $P(\{1 \leq X < 2\})$ , und  $P(\{X \geq 5/2\})$ .
- c) Besitzt  $X$  eine Dichtefunktion?

2. Sei  $Y$  eine Zufallsvariable mit folgender Dichtefunktion:

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{c}{(1+y)^5} & \text{falls } y > 0, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- a) Bestimmen Sie die Konstante  $c$ .
- b) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion von  $Y$ .
- c) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion von  $Z = Y^{-2}$ .

3. Fünf faire Münzen werden nacheinander geworfen. Sei  $X$  die Zufallsvariable, welche die totale Anzahl erschienenen "Köpfe" zählt. Am Anfang setzen Sie 1 Franken Einsatz, wobei sie bei jedem Münzwurf 10% Ihres Einsatzes gewinnen, falls "Kopf" erscheint, und verlieren 10% ihres Einsatzes, falls "Zahl" erscheint. Vor jedem Münzwurf setzen Sie Ihren gesamten Wetteinsatz. Wir bezeichnen mit  $Y$  Ihren totalen Geldbetrag nach den fünf Münzwürfen.

- a) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion von  $X$ .
- b) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion von  $Y$ .
- HINWEIS: Finden Sie  $f$ , so dass  $Y = f(X)$ .

**Abgabe:** Montag 27. März in der Übungsstunde.